

Šime Šuljić

GeoGebra

Prvi softver dinamične geometrije na hrvatskom jeziku

Čeka nas svijet u kojem će sav softver biti slobodan i dostupan poput matematike, fizike ili filozofije, u kojem će društva prepoznati punu tehnološku i gospodarsku vrijednost slobode misli.

Eben Moglen, profesor prava i povijesti
na sveučilištu Columbia u New Yorku

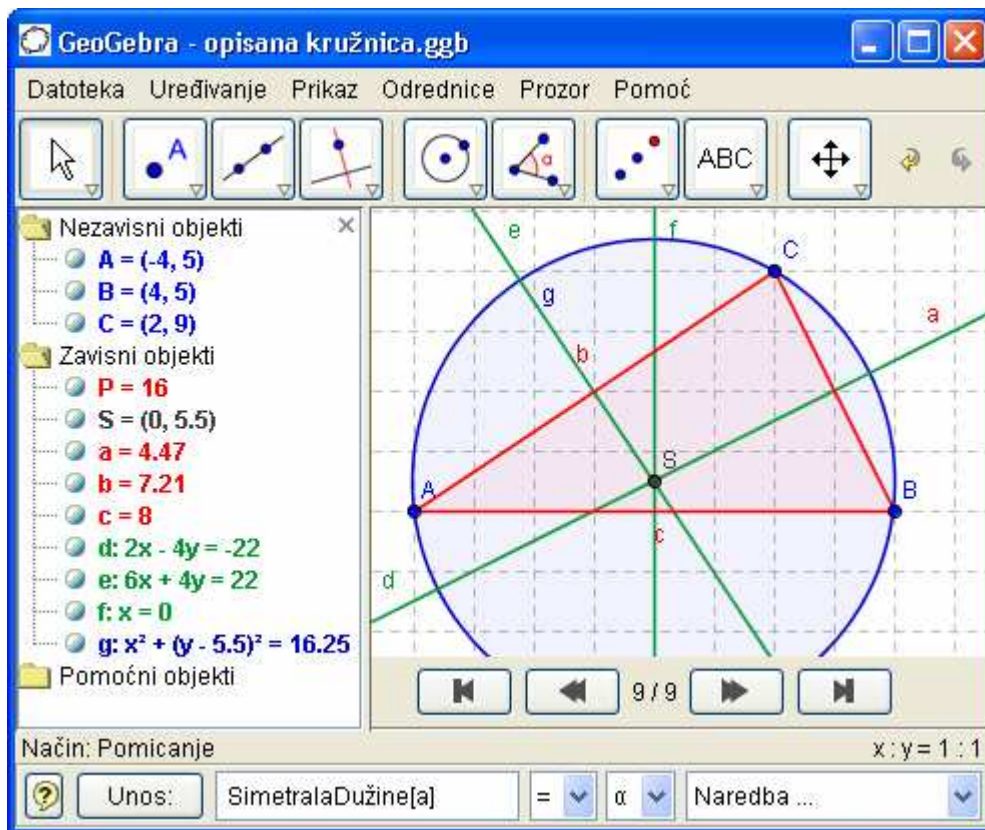
Posljednjih se godina sve više nameće potreba za uvođenjem računala i informacijsko komunikacijske tehnologije u nastavu. Više od desetljeća razvijaju se specijalizirani programi namijenjeni nastavi matematike. Najdubljeg traga ostavio je softver dinamične geometrije. Tu nije riječ o uobičajenom obrazovnom računalnom softveru. Stvoren je jedan virtualni laboratorij, istraživački poligon za ispitivanje geometrijskih činjenica, svojstava geometrijskih objekata i matematičkih tvrdnji koje se mogu dovesti u vezu s geometrijom.

U ovom ćemo tekstu pokušati:

- ponuditi vam **GeoGebra**, besplatan računalni program na hrvatskom jeziku kojeg možete instalirati na svoje računalo
- pomoći vam u preuzimanju i instalaciji programa
- uputiti vas da se bez ičije pomoći i tečaja osposobite za rad s programom
- dati primjere zadataka po kojima ćete i sami moći istraživati geometriju

Što je program **GeoGebra**?

Program GeoGebra je matematički softver koji povezuje geometriju, algebru i analizu. Razvio ga je Markus Hohenwarter na Sveučilištu u Salzburgu za poučavanje matematike u školama. S jedne strane, program GeoGebra je dinamički geometrijski sustav. Konstruira točke, vektore, dužine, pravce, zrake, mnogokute, konike, crta grafove funkcija koje zatim može dinamički mijenjati, čime se mijenjaju i njihova algebarska svojstva. S druge strane, parametre, jednadžbe, koordinate i naredbe možemo unositi izravno i kada njih mijenjamo tu promjenu prate i svi zavisni konstruirani geometrijski objekti. Ova dva pristupa su obilježja programa GeoGebra: izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obrnuto.



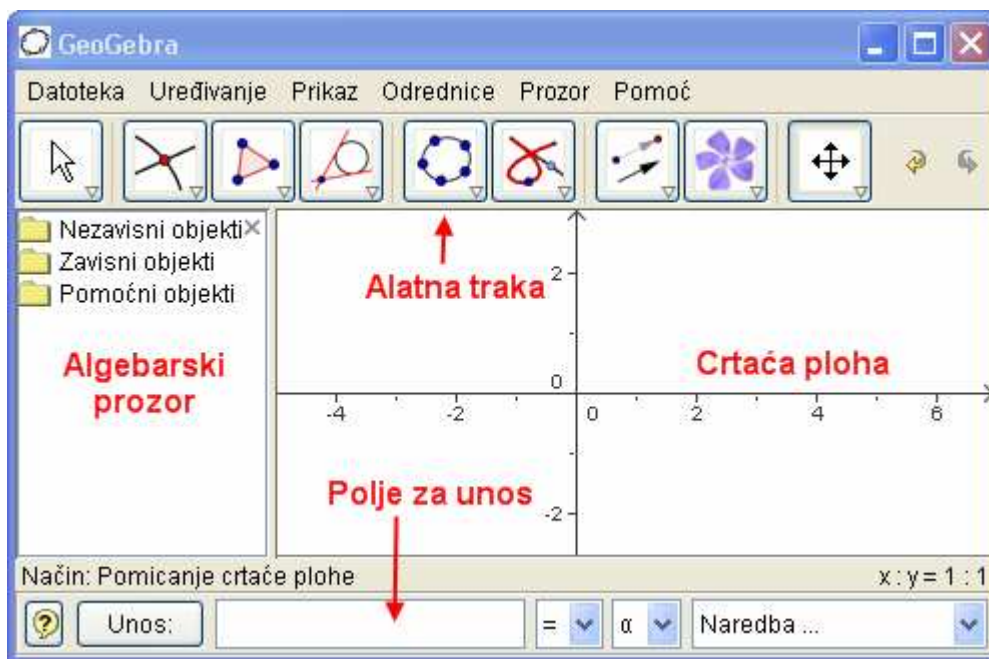
Zašto program *GeoGebra*?

Postoje razni računalni programi dinamične geometrije: *The Geometer's Sketchpad*, *Cabri Geometre*, *Cinderella*, *Euklides*, *C.a.R.*, *Winggeom*, *Geonext*, *GeoGebra*, *EucliDraw*, *Descartes* i drugi. *Sketchpad* je uz *Cabri* najpoznatiji u svijetu, a i mnogim našim nastavnicima matematike je poznat. Taj program je u mnogočemu vodeći i svakako zaslužuje vrlo visoke ocjene. Međutim, želimo li da se na svakom školskom računalu, na nastavnikovom i učenikovom osobnom računalu nađe bar jedan program dinamične geometrije, zašto onda ne posegnuti za besplatnim programom tzv. "friverom"? Među nekim prije navedenim programima više je besplatnih, ali *GeoGebra* treba izdvojiti jer:


- je to vrlo profesionalno napravljen program
- je dobitnik više europskih nagrada: [EASA 2002](#), [Learnie Award 2003](#), [Digita 2004](#), [Comenius 2004](#), [Learnie Award 2005](#), [Trophées du Libre 2005](#)
- je u potpunosti preveden na hrvatski jezik
- dobro "pokriva" program matematike naše osnovne i srednjih škola
- više nego drugi programi povezuje algebru i geometriju
- je jednostavan za uporabu nastavniku i učeniku
- učenik može raditi s ovim programom od petog razreda osnovne pa do studija
- mu je grafika visoke kvalitete, pogotovo za projekciju u razredu
- generira dinamični crtež na web stranici (aplet)
- crteži su pogodni za prijenos u druge prezentacije i programe, uključivši L^AT_EX

Instalacija programa *GeoGebra*

Za instalaciju je najbolje da uvijek preuzmete najnoviju inačicu programa *Geogebra* izravno s web adrese www.geogebra.at, iako na priloženom CD-u imate program spreman za instalaciju. Ako na svom računalu nemate instaliranu *Java virtual machine 1.4* ili noviju inačicu, preuzmite datoteku koju uključuje *Javu*. Nakon preuzimanja jednostavno dvaput kliknite na `geogebra_setup.exe` i program će se sam instalirati na vaše računalo.



Rad s programom

Nakon instalacije dvostrukim klikom na ikonu  na radnoj površini računala pokreće se program. Program se također može pokrenuti iz izbornika **Svi programi**. U otvorenom programu uočavamo podjelu na dva glavna dijela: lijevi, algebarski prozor i desni, geometrijski prozor. Pored dva glavna prozora program ima traku izbornika, traku s alatima i polje unosa za izravne naredbe.

Ovaj kratki opis programa nema za cilj uputiti vas u sve tajne rada s programom, jer za to nema potrebe. Mnoge ćete mogućnosti otkriti u samom radu s programom, a za namjeravane korake najbolje je potražiti pomoć u izborniku **Pomoć**. Osim toga tamo gdje ste instalirali program, recimo u `C:\Program Files\GeoGebra`, naći ćete dokument `docuhr.pdf` s kompletnim "helpom" na hrvatskom jeziku u formatu pogodnom za ispis.

Algebarski i geometrijski prozor






U algebarskom prozoru vide se koordinate točaka, koordinate vektora, jednadžbe pravaca i grafova, duljine dužina, površine mnogokuta, veličine kutova, vrijednosti parametara i razni korisnikovi proračuni ili mjerenja. U desnom se prozoru nalaze















konstruirani objekti: točke, dužine, pravci, zrake, vektori, kružnice, konike, mnogokuti, grafovi funkcija i još neki složeniji objekti. U ovaj se prozor može upisivati i tekst. Geometrijskom prozoru, odnosno crtačoj plohi pridružene su koordinatne osi, a možemo im pridružiti i koordinatnu mrežu (izbornik **Prikaz**). Točke koje crtamo ili pomičemo mogu se vezivati na čvorove koordinatne mreže ako je tako podešeno u izborniku **Odrednice**. U petom i šestom razredu, dok još učenici ne poznaju koordinatni sustav, više će nam odgovarati da ove mogućnosti ostanu u pozadini, pa čak možda da i sam algebarski prozor ne bude prikazan (izbornik **Prikaz**).















Alatna traka










Ispod trake s izbornicima nalazi se alatna traka. Svi gumbi nisu odmah vidljivi, već je potrebno kliknuti na malo strelicu u desnom donjem kutu pojedinog gumba da bi se otvorio padajući izbornik i vidjelo sve alate jedne skupine. U padajućem izborniku pored svakog gumba imamo i kratak naziv alata. Naziv alata javlja se i kada pokazivač miša zadržimo nad pojedinim gumbom. Izborom pojedinog alata izabran je takozvani **način** rada i u statusnoj traci, na dnu crtače plohe, piše izabrani način.

Pregled alata:

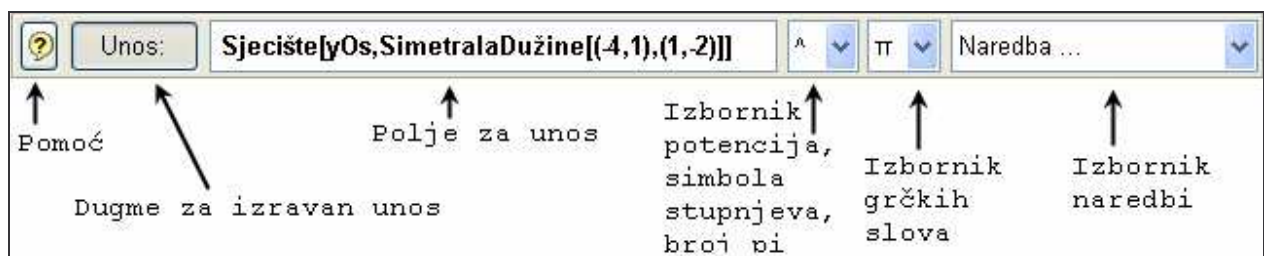
Način	Naziv	Opis
Prva skupina		
	Pomicanje	Klikom na objekt izabran je način. Povlačenjem se pomiče objekt. Objekt se može pomicati i tipkama + i – ili sa strelicama na tipkovnici. Pomicati se mogu samo nezavisni objekti.
	Vrtanja oko točke	Objekt se može pomoću miša vrtjeti u krug. Klikom na točku određeno je središte vrtanje, a zatim se "uzme" objekt i vrti ga se oko središta.
Druga skupina		
	Nova točka	Klikom na crtaču plohu kreira se nova točka. Klikom na dužinu, zraku, pravac, kružnicu ... crta se točka koja pripada tom objektu. Klikom na sjecište dvaju objekata crta presječna točka.
	Sjecište dvaju objekata	Kliknuti na jedan pa na drugi objekt ili na samo presječno mjesto.
	Polovište ili središte	Klikom na dvije točke ili dužinu dobije se polovište.
Treća skupina		

	Pravac kroz dvije točke	Kliknuti na jednu pa drugu točku ili kliknuti na dva nova mjesta na crtaćoj plohi.
	Dužina između dviju točaka	Slično kao i pravac.
	Dužina zadane duljine iz točke	Klikom na točku određuje se prva rubna točka dužine i otvara se dijaloško polje u koje se zadaje duljina dužine. Dobiva se druga rubna točka, koja može se vrtjeti s dugmetom <i>Pomicanje</i> oko početne točke A.
	Zraka kroz dvije točke	Slično kao i pravac samo je potrebno voditi računa o početnoj točki.
	Vektor između dviju točaka	Klikom odabirati početak i kraj vektora.
	Vektor iz točke	Ovaj alat koristi se kada je potrebno nacrtati vektor jednak već nekom postojećem vektoru iz određene točke. Najprije odaberemo točku, a potom vektor.
	Mnogokut	Odabrati najmanje tri točke i ponovo kliknuti na početnu. U algebarskom prozoru prikazuje se površina mnogokuta.
Četvrta skupina		
	Okomica	Kliknuti na odabranu točku pa na odabrani pravac ili obrnuto.
	Usporednica	Kliknuti na odabranu točku pa na odabrani pravac ili obrnuto.
	Simetrala dužine	Kliknuti na rubne točke dužine ili na samu dužinu.
	Simetrala kuta	Kliknuti na tri točke koje određuju kut. Voditi računa o redosljedu i orijentaciji. Može i odabir dvaju pravaca ili dužina.
Peta skupina		
	Kružnica određena središtem i jednom točkom	Prvo kliknuti na željeno središte, a potom na rubnu točku.
	Kružnica sa središtem i polumjerom	Odabere se središte kružnice, a u dijaloško polje unosi duljinu polumjera.
	Kružnica kroz tri točke	Odabirom triju točaka određuje se kružnica kroz te tri točke.
	Polukružnica	Odabir točaka A i B daje polukružnicu nad dužinom AB.
	Kružni luk određen središtem i dvjema točkama	Odabir triju točaka M, A i B daje kružni luk sa središtem M, početnom točkom A i krajnjom točkom B. Napomena: točka B ne mora ležati na luku.

	Luk opisan trima točkama	Odabirom tri točke dobiva se kružni luk kroz te tri točke.
	Kružni isječak određen središtem i dvjema točkama	Odabir triju točaka M, A i B daje kružni isječak sa središtem M, početnom točkom A i krajnjom točkom B. Napomena: točka B ne mora ležati na isječku.
	Isječak opisanog luka trima točkama	Odabirom tri točke dobiva se kružni isječak koji pripada kružnom luku kroz te tri točke.
Šesta skupina		
	Kut	Ovaj način daje kut između: tri točke, dvije dužine, dva pravca, dva vektora ili sve unutarne kutove mnogokuta. Klikne se na odabrane objekte. Svi ovako dobiveni kutovi nalaze se u intervalu od 0 do 180°. Za <i>nadopunu do punog kuta</i> , potrebno je uključiti tu mogućnost u dijaloškom prozoru <i>Svojstva</i> .
	Kut zadane veličine	Nakon odabira dviju točaka otvara se dijaloško polje u koje se upisuje veličinu kuta.
	Udaljenost	Klikom na objekte može se izmjeriti udaljenost između dvije točke, dva pravca ili točke i pravca.
	Klizač	Potrebno je kliknuti na slobodnu površinu na crtačoj plohi. Pritom se otvara dijaloški prozor u kojem se određuju granice broja, odnosno kuta i širinu klizača. Oblikovanje i položaj klizača određuje se u dijaloškom prozoru <i>Svojstva</i> .
	Lokus	Odabere se točka Q čiji se lokus želi dobiti, a potom se klikne na točku P od koje je zavisna točka Q. Napomena: točka P je točka na nekom objektu (pravac, dužina, kružnica, ...).
Sedma skupina		
	Zrcaljenje objekta preko točke	Centralna simetrija. Odabere se objekt za zrcaljenje, a potom klikne na točku preko koje će se zrcaliti (središte simetrije).
	Zrcaljenje objekta preko pravca	Osna simetrija. Odabere se objekt za zrcaljenje, a potom klikne na pravac (os simetrije) preko kojeg se zrcali.
	Translacija objekta za vektor	Odabere se objekt i klikne na vektor.
	Rotacija objekta oko točke	Odabere se objekt koji treba rotirati, a potom klikne na točku koja će biti središte rotacije. U otvoreno dijaloško polje upisuje se kut rotacije.
	Rastezanje objekta iz točke	Homotetija. Odabere se objekt, a zatim klikne na točku koja će biti središte rastezanja. Otvara se dijaloško polje u koje se upisuje faktor rastezanja.
Osma skupina		
	Tekst	Klikom na crtaču plohu kreira se novi tekst na tom mjestu. Klikom na točku kreira se tekst čiji je položaj vezan uz tu točku. U navodnike se upisuje željeni tekst. Izvan navodnika se može dodati znak + i neka vrijednost iz algebarskog prozora koja se onda dinamički mijenja. Primjeri: "polumjer = " +r ili

		"opseg = "+2*r*pi.
	Umetanje slike	Ovaj način omogućuje umetanje slika u konstrukciju. Klikom na crtaču plohu određuje se položaj lijevog donjeg ugla slike. Klikom na točku određuje se točka na koju se vezuje lijevi donji ugao slike. Nakon toga otvara se dijaloški prozor za otvaranje datoteke.
	Veza među objektima	Označe se dva objekta da se dobije informacija o njihovom međusobnom odnosu.
Deveta skupina		
	Pomicanje crtače plohe	Povlačenje i ispuštanje da bi se promijenio položaj ishodišta koordinatnog sustava. Crtaču plohu možete pomicati i istovremenim pritiskom tipke Ctrl i povlačenjem miša.
	Povećanje	Klikom bilo gdje na crtaču plohu ona se povećava.
	Smanjenje	Klikom bilo gdje na crtaču plohu ona se smanjuje.
	Pokaži / sakrij objekt	Klikne se na objekt da bi ga pokazali odnosno sakrili. Svi objekti odabrani za skrivanje bit će naglašeni. Promjena nastupa kada kliknete na bilo koje dugme u alatnoj traci.
	Pokaži / sakrij oznaku	Klikne se na objekt da bi pokazali odnosno sakrili njegovu oznaku.
	Prenositelj oblikovanja	Ovim načinom prenosi se svojstva objekta kao što su boja, veličina, vrsta crte itd. s jednog objekta na nekoliko drugih. Najprije se klikne na objekt čija svojstva se prenosi, a potom na objekte kojima se želi pridijeliti ta svojstva.
	Brisanje objekta	Klikne se na objekt koji se želi izbrisati.

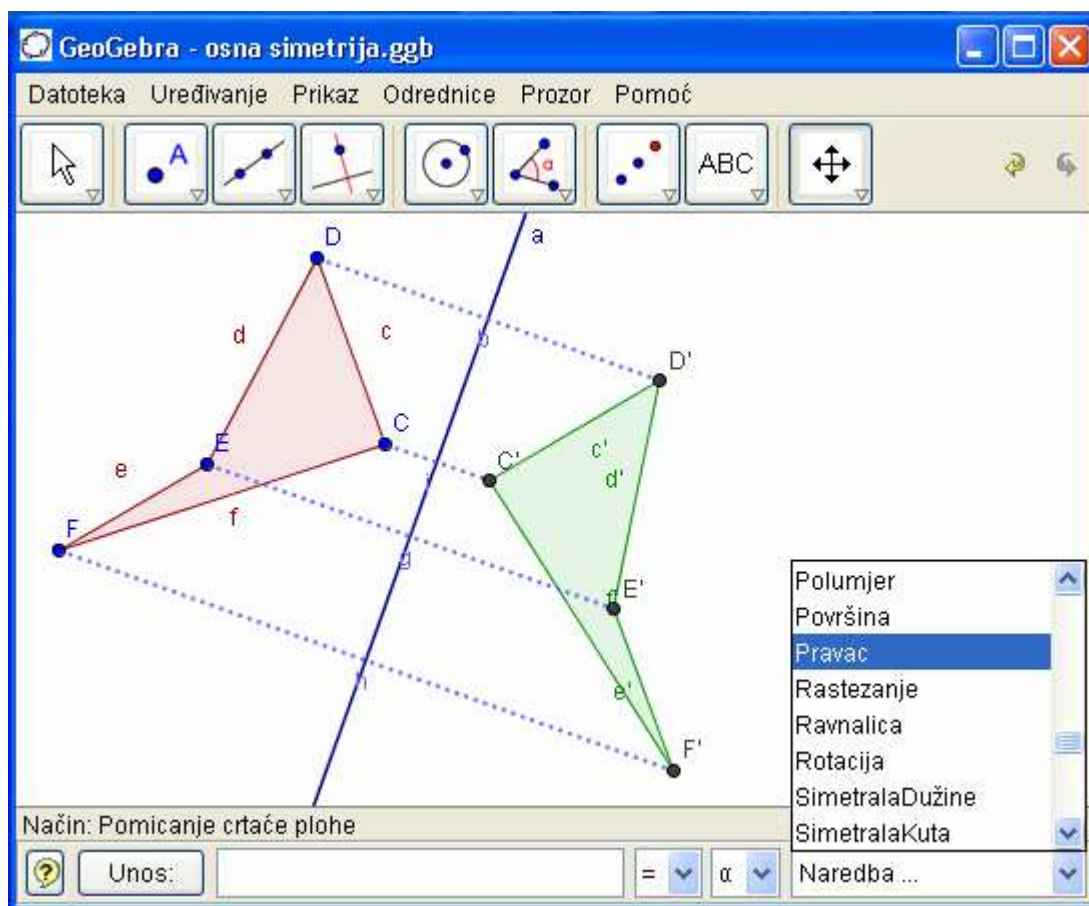
Polje za unos



Na dnu prozora nalazi se polje unosa u koje se može izravno upisivati koordinate točaka i vektora, jednadžba pravaca i funkcija, vrijednosti parametara, ali i naredbe. Primjeri:

- **(2,3)** → crta točku s tim koordinatama i dodjeljuje joj ime

- $\alpha=45^\circ \rightarrow$ u mapu *Nezavisni objekti* algebarskog prozora prikazuje kut zadane vrijednosti
- $2 \rightarrow$ u mapu *Nezavisni objekti* algebarskog prozora prikazuje parametar kojem pridružuje ime, recimo $a = 2$
- $x \rightarrow$ crta graf funkcije $f(x) = x$ i pridružuje mu jednadžbu u algebarskom prozoru
- $a x$ (razmak ili znak $*$ za množenje!) \rightarrow crta graf funkcije $f(x) = ax$. Kliknemo li na parametar a , pa na tipke $+/-$ mijenja se parametar, a i izgled grafa.
- $O = r^2 \pi$ \rightarrow izračunava opseg kruga polumjera r i upisuje ga u mapu *Zavisni objekti* algebarskog prozora
- **Polovište**[A,B] \rightarrow crta polovište dužine AB
- **Dužina**[(1,2),(3,4)] \rightarrow crta dužinu bez rubnih točaka
- **A' = Zrcali**[A,p] \rightarrow crta osno simetričnu točku točki A s obzirom na pravac p



Raspoložive naredbe se nalaze u padajućem izborniku u donjem desnom kutu prozora. Dovoljno je međutim u polje unosa započeti pisati naredbu i bit će automatski nadopunjena jedna od naredbi koja počinje upisanim slovima. Ako nam je ponuda odgovarajuća s tipkom **Enter** je prihvaćamo, a ako nije odgovarajuća nastavljamo upisivati. U uglate zagrade se upisuju oznake objekata na koje se naredba odnosi. Za pomoć pritisnite tipku F1. Ne marite za moguće pogreške, jer ćete dobiti poruku što ste pogriješili ili što je dozvoljeno upisati.

Popis nekih korisnih naredbi pogodnih za uporabu na ovom stupnju obrazovanja:

Naredba	Opis
Površina [točka A, točka B, točka C, ...]	Površina mnogokuta koji je definiran danim točkama






Udaljenost [točka A, točka B]	Udaljenost dviju točaka A i B
Polumjer [kružnica]	Polumjer kružnice
Kut [točka A, točka B, točka C]	Kut kojeg zatvaraju BA i BC (od 0 do 360°). B je vrh.
Kut [mnogokut]	Svi unutarnji kutovi mnogokuta
Točka [pravac]	Točka na pravcu
Polovište [točka A, točka B]	Polovište između A i B
Polovište [dužina]	Polovište dužine
Težište [mnogokut]	Težište mnogokuta
Sjecište [pravac g, pravac h]	Sjecište pravaca g i h
Dužina [točka A, točka B]	Dužina između dviju točaka A i B
Zraka [točka A, točka B]	Zraka s početkom u A kroz B
Nagib [pravac ili dužina]	Nagib pravca ili dužine: broj u algebarskom prozoru, a trokut ispod ili iznad pravca čiju se veličinu može mijenjati
Mnogokut [točka A, točka B, točka C, ...]	Mnogokut definiran zadanim točkama
Pravac [točka A, točka B]	Pravac kroz dvije točke A i B
Pravac [točka A, pravac g]	Pravac kroz A paralelan s g
Okomica [točka A, pravac g]	Pravac kroz A okomiti na g
Simetrala Dužine[točka A, točka B]	Simetrala dužine AB
Simetrala Dužine[dužina s]	Simetrala dužine s
Simetrala Kuta[točka A, točka B, točka C]	Simetrala kuta (A, B, C). B je vrh ovog kuta.
Kružnica [točka M, broj r]	Kružnica sa središtem u M i polumjerom r
Kružnica [točka M, dužina s]	Kružnica sa središtem u M i polumjerom = Duljina[s]
Kružnica [točka M, točka A]	Kružnica sa središtem u M kroz A
Kružnica [točka A, točka B, točka C]	Kružnica kroz A, B i C
Vektor [točka A, točka B]	Vektor od A do B
Translacija [mnogokut P, vektor v]	Pomiče mnogokut P za vektor v
Rotacija [mnogokut P, kut ϕ , točka B]	Rotira mnogokut P za kut ϕ oko točke B
Zrcaljenje [mnogokut P, točka B]	Zrcali točku mnogokut P preko točke B
Zrcaljenje [mnogokut P, pravac h]	Zrcali točku mnogokut P preko pravca h
Rastezanje [mnogokut P, broj f, točka S]	Homotetično preslika ("rasteže") mnogokut P iz središta homotetije točke S s koeficijentom - faktorom rastezanja f

Napomena:

1. kao što su moguće geometrijske transformacije s mnogokutom moguće su i s točkom, pravcem, kružnicom i umetnutom slikom.
2. Zadamo li samo naredbu **Zrcali**[A,p] sama točka A će se "preseliti" s druge strane pravca p. Ako naredbu imenujemo **A'=Zrcali**[A,p] točka A će dobiti zrcalnu sliku A'.

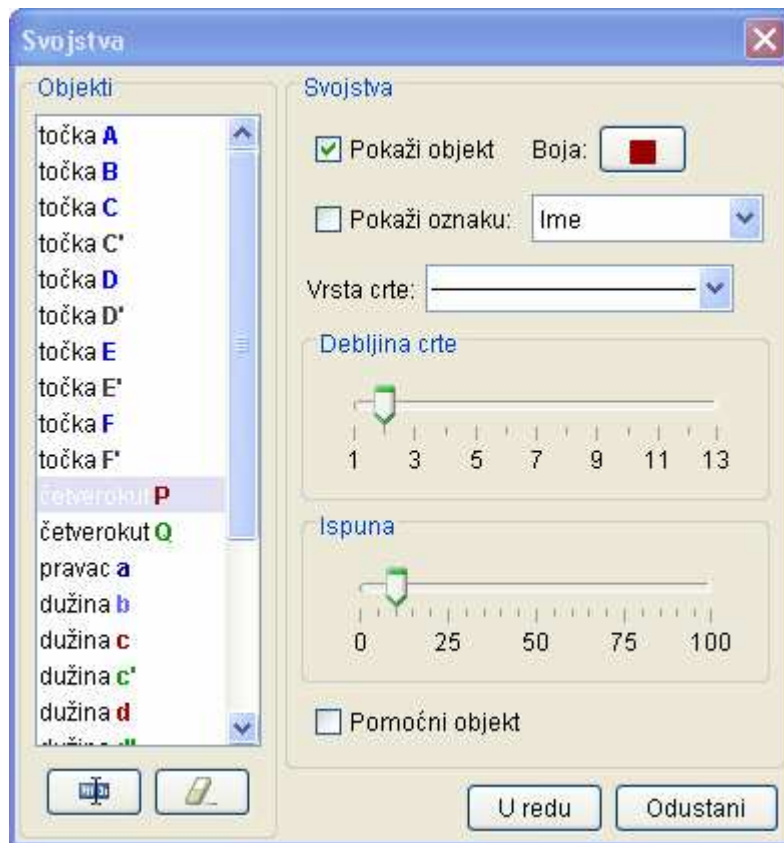
Skočni izbornik

Značajnu ulogu u ovom programu ima desna tipka miša. Desnim klikom na objekt u geometrijskom prozoru ili na njegov ekvivalent u algebarskom prozoru otvara *skočni izbornik* koji izgleda otprilike kao na slici. Osim imena i definicije objekta tu je niz naredbi koje su razumljive same po sebi. Osvrnimo se samo na neke. **Uključi trag** znači da objekt prilikom gibanja (animacije) ostavlja tragove na svojim prethodnim pozicijama. Uključiti opciju **Pomoćni objekt** znači preseliti algebarski zapis o objektu u mapu *Pomoćni objekti*. Samu tu mapu može se sakriti (izbornik **Prikaz**) što je važno onda kada želimo da učenici ne usmjeruju svoju pažnju na manje važne detalje konstrukcije.

točka F': F zrcaljeno na a	
Polarne koordinate	
<input checked="" type="checkbox"/>	Pokaži objekt
<input checked="" type="checkbox"/>	Pokaži oznaku
<input type="checkbox"/>	Uključi trag
<input type="checkbox"/>	Pomoćni objekt
	Redefiniranje
	Polje za unos
	Brisanje
	Preimenovanje
	Svojstva

Svojstva objekata

Svaki se objekt može dodatno urediti. Izgled crteža nekada nije bio toliko važan. Danas, vrijeme naglašenog vizualnog komuniciranja nije potrebno posebno naglašavati važnost te komponente komunikacije, već treba iskoristiti izvanredne mogućnosti koje pruža ovaj program. Do kartice *Svojstva* dolazimo do iz *skočnog izbornika* ili izbornika **Uređivanje**. Svojstva koja se mogu mijenjati su različita za različite objekte. Obično su to boja i veličina. Naročito je korisno što se nudi izbor samo oznake, oznake i vrijednosti, samo vrijednosti ili uopće bez ikakve oznake ili vrijednosti. *Korak* se odnosi na korak gibanja pri animaciji. Uključimo li opciju *Nepomičan objekt* on se neće moći pomicati niti mišem niti strelicama na tipkovnici. Posebno je korisno znati da više objekata možemo uređivati odjednom. Pritisnemo tipku Ctrl i istovremeno kliknemo na svaki objekt u popisu objekata kartice *Svojstva*, a zatim pristupimo uređivanju.



Primjeri jednostavnih konstrukcija

Konstrukcija pravokutnika.

Prvi način. Makar bismo u potpunosti mogli imitirati konstruiranje pravokutnika ravnalom i šestarom na papiru, možda je bolje da postupak prilagodimo alatima koje nam program nudi.

1. Alatom **Dužina između dviju točaka** nacrtamo dužinu AB.
2. Alatom **Okomica** konstruiramo okomicu u točki B. Potrebno je kliknuti na točku B i na dužinu.
3. Alatom **Nova točka** nacrtamo točku C na okomici.
4. Alatom **Okomica** konstruiramo okomicu u točki C i okomicu na dužinu AB u točki A.
5. Alatom **Nova točka** kliknemo na sjecište dviju posljednjih okomica da dobijemo točku D ili koristimo alat **Sjecište dvaju objekata**.
6. Skrijemo sve pravce. Alatom **Dužina između dviju točaka** nacrtamo stranice pravokutnika. Ili još bolje alatom **Mnogokut** kliknemo na sve točke redom i ponovo na početnu točku. Sada u algebarskom prozoru dobivamo pored duljina stranica i iznos površine pravokutnika.

Drugi način. Opisanu konstrukciju u prvom načinu možemo izvesti izravno iz *polja za unos*.

1. Nacrtamo dvije točke alatom **Nova točka** ili zadajući koordinate u polje unosa.
2. Upišemo naredbu **Dužina[A,B]**.
3. Upišemo naredbu **Okomica[B,a]**.
4. Upišemo naredbu **Točka[b]**.
5. Upišemo naredbu **Okomica[C,b]**.






6. Upišemo naredbu **Okomica[A,a]**.
7. Upišemo naredbu **Sjecište[c,d]**.
8. Upišemo naredbu **Mnogokut[A,B,C,D]**.

Treći način. Ovaj način koristi koordinatni sustav crtaće plohe i nije namijenjen učeniku ovog uzrasta, ali nastavniku može značajno uštedjeti vrijeme. Koordinatni sustav crtaće plohe je aktivan bez obzira na skrivenost osi. Najprije definiramo dužinu i širinu pravokutnika kao parametre, koje kasnije možemo proizvoljno mijenjati klikom na njih u algebarskom prozoru i tipkama +/- . Izravno unosimo naredbe u *polje za unos*:


1. **d = 5**
2. **š = 3**
3. **A = (0,0)**, a može i samo **(0,0)** pa će program sam pridružiti oznaku točki.
4. **B = (d,0)**
5. **C = (d,š)**
6. **D = (0,š)**
7. **Mnogokut[A,B,C,D]**.

Konstrukcija trokutu opisane kružnice (zadatak za samostalan rad učenika)

Ono što je u crtanju ravnalom i šestarom na papiru dosta složeno i često neprecizno, u **GeoGebri** može biti vrlo jednostavno i posvema precizno. Iako konstrukcija trokutu opisane kružnice ne spada u obvezan dio gradiva, možemo ponuditi učeniku da sam istraži, odnosno otkrije ovo lijepo svojstvo simetrala stranica trokuta. Velik broj učenika ima računalo i dovoljno je dati kratku uputu za rad s programom. U ovoj uputi koriste se više gumbi iz alatne trake jer su učenici s njima snalažljiviji.

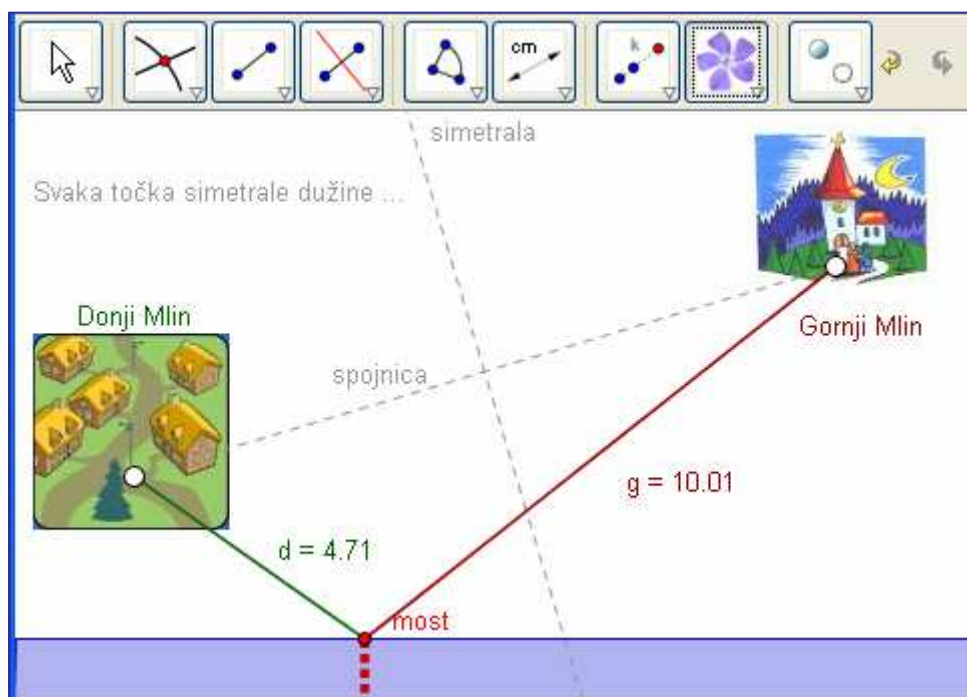
1. Klikni na gumb  pa s njim nacrtaj trokut. Lijevo, u algebarskom prozoru vide se duljine stranica i površina trokuta.
2. Uzmi alat  i klikni na svaku stranicu trokuta. Dobiju se simetrale stranica trokuta.
3. Sijeku li se simetrale stranica u jednoj točki? A, ako alatom  pomičemo vrhove trokuta i ako trokut mijenja oblik, da li i onda?
4. Klikni na dvije simetrale da bi konstruirao sjecište simetrala alatom .
5. Alatom  izmjeri udaljenost od sjecišta simetrala do svakog pojedinog vrha trokuta. Udaljenosti se se zapisuju u algebarskom prozoru. Usporedi ih. Mijenjaj trokutu oblik i promatraj udaljenost sjecišta simetrala od vrhova trokuta. Što zaključuješ? Iskaži tu tvrdnju riječima i pokušaj je matematički dokazati.



6. Alatom  nacrtaj kružnicu sa središtem u sjecištu simetrala stranica i rubnom točkom u jednom vrhu trokuta. Prolazi li kružnica svim vrhovima trokuta, bez obzira na oblik trokuta?
7. Ta se kružnica naziva opisana kružnica trokuta. Mijenjaj oblik trokutu. Kakav je trokut da bi njeno središte bilo unutar trokuta, a kakav mora biti da bi njeno središte bilo izvan trokuta?
8. U *polje za unos* upiši naredbu **Kut[P]**. **P** je oznaka za trokut u algebarskom prozoru. Ako naš trokut ima raspored vrhova suprotan smjeru kazaljke na satu, dobit ćemo unutarnje kutove trokuta. U suprotnom dobivamo nadopune unutarnjih kutova do 360° .
9. Može li središte kružnice biti na stranici trokuta? Pokušaj na crtačkoj plohi podesiti takav trokut. Koliko stupnjeva ima kut nasuprot stranici na kojoj se nalazi središte trokutu opisane kružnice?

Jedan praktičan zadatak

Zadatak. Mještani Gornjeg Mlina i Donjeg Mlina su odlučili napraviti most preko obližnje rijeke. Pronađi mjesto za most koje će biti jednako udaljeno od oba sela.



Pogledajmo najprije priloženi crtež. Crtež je rađen u programu kojeg opisujemo. I to ne na način da je svaka od četiri točke na rijeci konstruirana za sebe, već je to točka sa svojstvom da ostavlja trag. Trag ostavljaju i spojnice s "Mlinovima". Da bi objekt ostavljao trag dovoljan je desni klik na objekt i u skočnom izborniku uključiti opciju **Uključi trag**. Točku "Most" animiramo klikom na nju (način: *Pomicanje objekta*) i strelicama na tipkovnici. Na kartici *Svojstva* može se podesiti korake animacije. Naravno, da s ovakvom simulacijom

problemske situacije možemo naći rješenje zadatka, ali to naravno ne treba promatrati kao prepreku za posezanjem za "pravim" matematičkim rješenjem. Upravo suprotno, smatram da učenik nakon simulacije je visoko motiviran za otkrivanjem geometrijskog rješenja problema. I to rješenje opet može ići u **GeoGebri**, jer je zanimljivije kada simetrala spojnice "Mlinova" siječe rijeku u dinamičnom okruženju.

Spremanje uradaka u **GeoGebri**

Svaku datoteku možete spremiti i ponovo otvoriti u programu. Takva datoteka ima nastavak ggb iza imena. Osim toga možete spremiti crtaću plohu kao crtež: **Datoteka > Prijenos > Crtaća ploha kao crtež**. Ako vam je potreban crtež u nekom drugom programu s kojim trenutno radite, smanjite ili povećajte geometrijski prozor na željenu veličinu i izravno možete prenijeti crtež naredbama **Datoteka > Prijenos > Crtaća ploha u međuspremnik**. Sam opis konstrukcije, odnosno korake konstrukcije možete otvoriti u novom prozoru **Prikaz > Opis konstrukcije**, ali i spremiti ga kao web-stranicu. Najzanimljivije od svega je da se na Internet može prenijeti dinamični crtež kao web-stranica. To znači da se posjetitelj može "poigrati" s našim uratkom bez obzira na to što možda na svom računalu nema instaliranu **GeoGebru**. Podrobniju uputu o tome možete pogledati u izborniku **Pomoć**.