

# GeoGebra Quickstart

Ubrzani vodič kroz GeoGebru

Dinamična geometrija, analiza i algebra su spojeni kod oblikovanja GeoGebre, višestruko nagrađivanog edukacijskog softvera koji podjednako koristi geometriju i algebru.

Konstrukcije možete raditi vrlo jednostavno, koristeći točke, vektore, dužine, pravce i konike kao i funkcije, i njima možemo dinamički upravljati pomoću miša. S druge strane izravan unos je ekvivalentan školskoj notaciji, kao npr. za pravac:  $g: 3x + 4y = 7$  ili kružnici:  $c: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ , ili cijeli niz funkcija uključivo i derivacije i integrale. Najznačajnija karakteristika GeoGebre je dualni pogled na objekt: svaki izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obratno.

Sada ćete biti upoznati s GeoGebrom kroz tri primjera. Izradite ih jedan za drugim i ne zaboravite proučiti dane savjete.

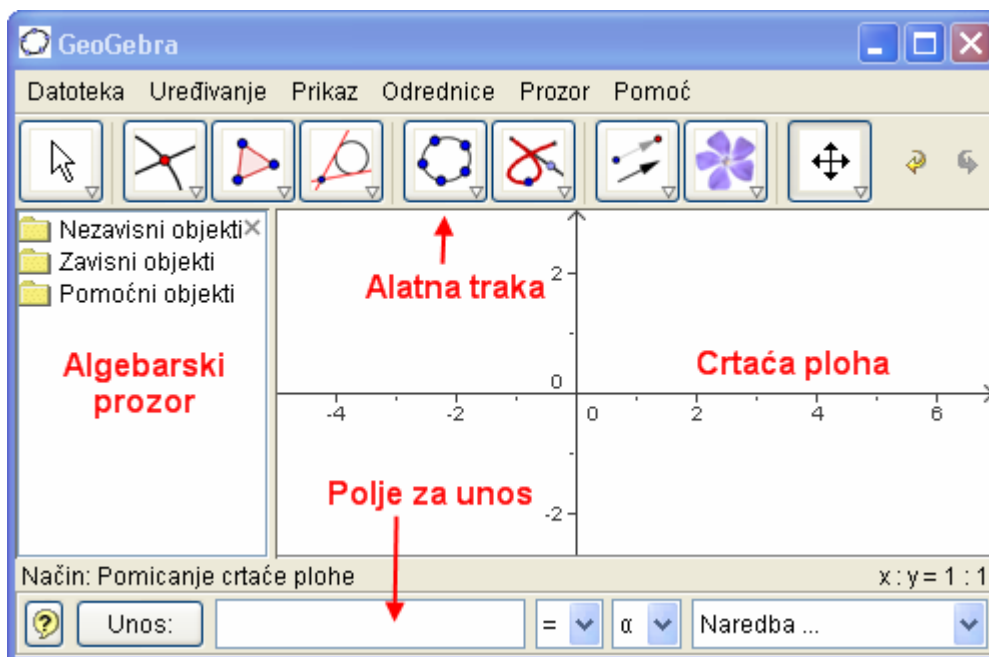
**Primjer 1:** Kružnica opisana trokutu

**Primjer 2:** Tangente na kružnicu

**Primjer 3:** Derivacija i tangenta na funkciju

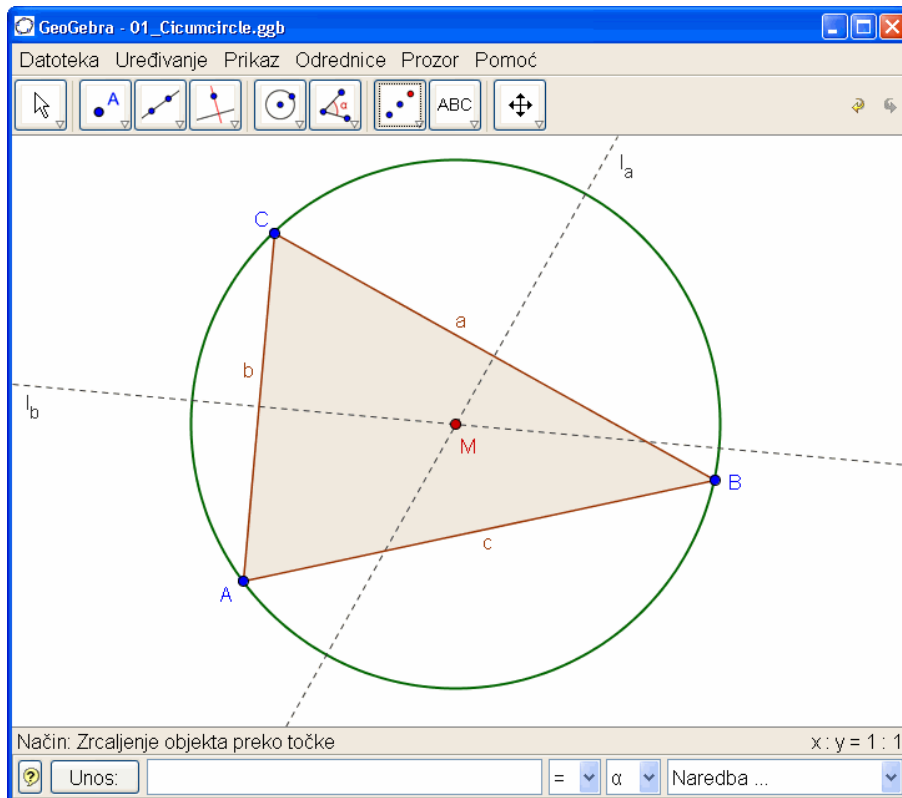
Nakon što ste pokrenuli GeoGebru, pojavit će se prozor koji je prikazan dolje. Pomoću konstrukcijskih alata (načina) na alatnoj traci možete koristeći miš raditi konstrukcije na *crtačoj plohi*. Istovremeno se u *algebarskom prozoru* prikazuju odgovarajuće koordinate i jednačbe. *Polje za unos* se koristi za izravni unos koordinata, jednačbi ili funkcija; sve što je utipkano prikaže se na crtačoj plohi odmah nakon pritiska tipke *Enter*.

Geometrija i algebra jedna uz drugu:








# Primjer 1: Kružnica opisana trokutu

**Zadatak:** Koristeći GeoGebru nacrtajte trokut  $A, B, C$  i konstruirajte mu opisanu kružnicu.



## Konstrukcija korištenjem miša

-  Izaberi način "Mnogokut" na alatnoj traci (klikni na malu strelicu treće ikone slijeva na alatnoj traci). Tada klikni na crtaču plohu tri puta za kreiranje vrhova  $A, B$  i  $C$ . Zatvori mnogokut još jednim klikom na  $A$ .
-  Zatim izaberi način "Simetrala dužine" i konstruiraj dvije simetrale dužina klikom na dvije stranice trokuta.
-  U načinu "Sjecište dvaju objekata" možete kliknuti na obje simetrale dužina da dobijete središte opisane kružnice. Da biste ga označili s " $M$ ", kliknite na središte desnom tipkom miša i izaberite "Preimenuj" s prikazanog izbornika.
-  Da biste završili konstrukciju, morate izabrati način "Kružnica određena središtem i jednom točkom" i kliknite prvo na središte a potom na bilo koji vrh trokuta.
-  Sada izaberite način "Pomicanje" i koristite miš za promjenu položaja bilo kojeg vrha - vidjet ćete značenje "dinamične geometrije"

## Neki savjeti

- Stavka "Poništi" izbornika "Uređivanje" je vrlo koristan alat za povratak jednog koraka.
- Objekt možete učiniti nevidljivim i ponovno vidljivim klikom na objekt desnom tipkom miša. Pojavi se skočni izbornik u kojem uključite ili isključite opciju "Pokaži objekt". Objekt će nestati ili se ponovno pojaviti na crtačoj plohi.

- Svojstva objekta (boja, vrsta crte, ...) mogu se jednostavno mijenjati: desnom tipkom miša. Ponovo kliknite na objekt i izaberite "Svojstva" iz skočnog izbornika.
- Pomoću izbornika "Prikaz" možete sakriti ili prikazati algebarski prozor, osi i koordinatnu mrežu.
- Ako želite mijenjati poziciju crtaće plohe, izaberite način "Pomicanje crtaće plohe"  $\oplus$  i jednostavno koristite miš za povlačenje.
- Izbornik "Prikaz – Opis konstrukcije" pruža tablični ispis svih koraka koje ste poduzeli za vrijeme vaše konstrukcije. Ona vam omogućuje rekonstruirati konstrukciju korak po korak korištenjem strelica, kao i izmjenu redoslijeda koraka (vidi izbornik "Pomoć" opisa konstrukcije). Također možete koristiti izbornik "Prikaz" za skrivanje ili pokazivanje neželjenih stupaca kod opisa konstrukcije.
- Ostale podatke o konstrukciji pomoću miša možete naći u izborniku "Pomoć", poglavlja "Geometrijski unos".

## Konstrukcija korištenjem polja za unos

Sada ćemo načiniti nekoliko konstrukcija kako je dalje opisano koristeći polje za unos. Trebate novu crtaću plohu (izbornik "Datoteka – Nova"). Zatim ukucajte slijedeće naredbe u polje za unos teksta na dnu ekrana i pritisnite tipku *enter* na kraju svake linije.

```
A = (2, 1)
B = (12, 5)
C = (8, 11)
Mnogokut[A, B, C]
l_a = SimetralaDužine[a]
l_b = SimetralaDužine[b]
M = Sjecište[l_a, l_b]
Kružnica[M, A]
```

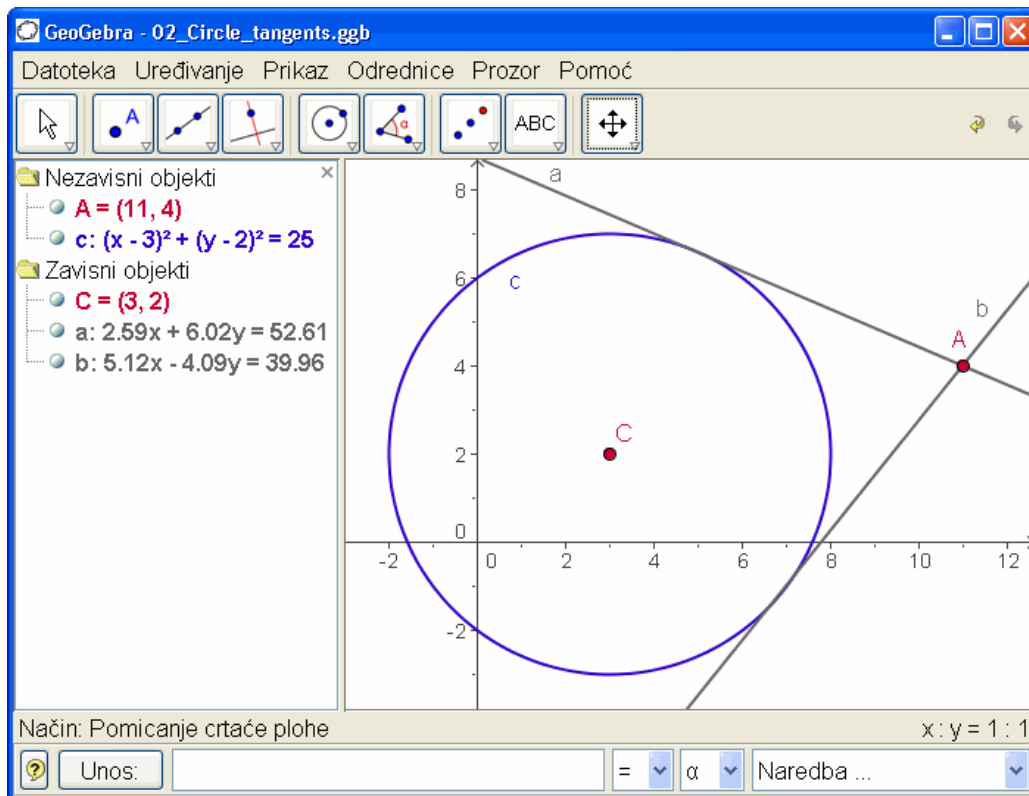
## Neki savjeti

- Automatsko završavanje naredbi: nakon što ste upisali prva dva slova naredbe, naredba će biti prikazana automatski. Ako želite prihvatiti predloženu naredbu, pritisnite tipku *enter*, inače jednostavno nastavite upisivati naredbu.
- Nije nužno upisivati svaku naredbu, možete ju izabrati s liste naredbi koja je desno od polja za unos.
- Klikom na ikonu "Unos" (dolje lijevo) aktivira se način "Izravan unos". U ovom načinu možete klikom na objekt u algebarskom prozoru ili na crtačoj plohi preslikati njegovo ime u polje za unos.
- Najpraktičniji savjeti vezani za izravan unos mogu se dobiti klikom na oznaku za upitnik u donjem desnom uglu.

Specijalno dobre rezultate u radu s GeoGebrom postići ćete kombinirajući prednosti obaju načina unosa, pomoću miša i *polja za unos*.

## Primjer 2: Tangente na kružnicu

**Zadatak:** Koristeći GeoGebra konstruirajte kružnicu  $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  i njene tangente kroz točku  $A = (11, 4)$ .



### Konstrukcija pomoću polja za unos i miša

Unesite jednadžbu kružnice  $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$  u polje za unos i pritisnite tipku *enter* (savjet: oznaku  $^2$  možete dobiti i s liste desno do polja za unos).

Unesite naredbu  $C = \text{Središte}[c]$  u polje za unos.

Konstruirajte točku  $A$  unosom  $A = (11, 4)$ .

Sada izaberite način "Tangente" i kliknite na točku  $A$  i na kružnicu  $c$ .



Nakon što ste izabrali način "Pomicanje", povlačite točku  $A$  mišem i promatrajte pomicanje tangenti.

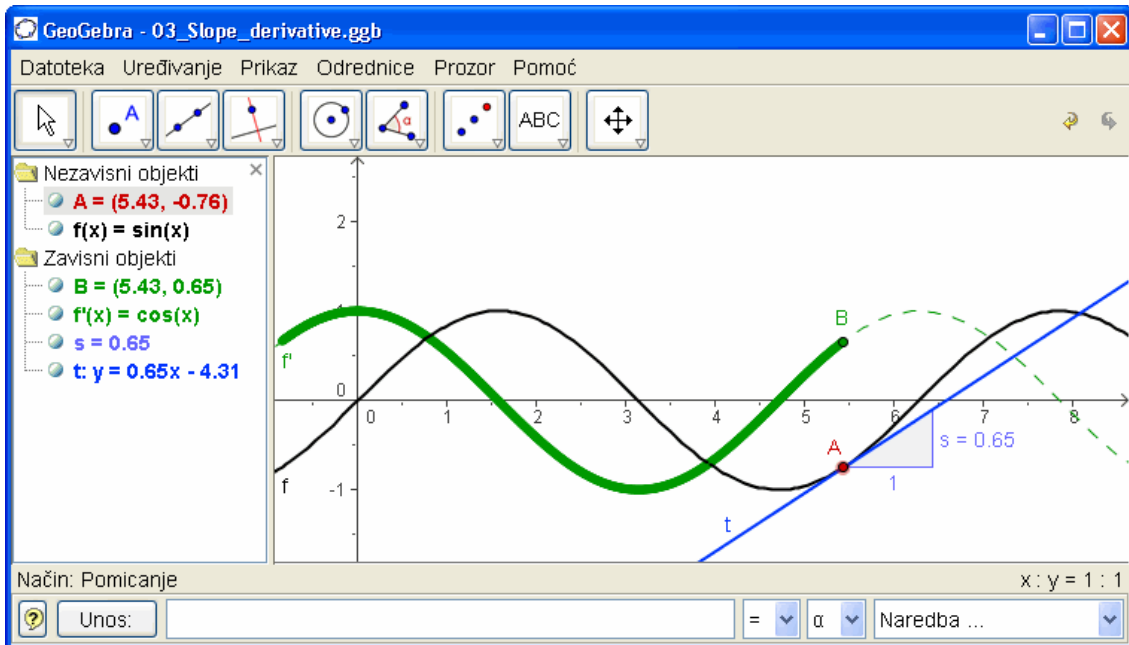
Možete također pokušati povlačiti kružnicu  $c$  i gledati njenu jednadžbu u algebarskom prozoru.

### Neki savjeti





- Povećanje/smanjenje prozora: kliknite na prazni dio crtaće plohe desnom tipkom miša i izaberite željeni faktor povećanja ili smanjenja, ili nastavite držati pritisnutu desnu tipku te povlačenjem miša dobijete prozor zumiranja.
- Moguće je promijeniti jednadžbu kružnice direktno iz algebarskog prozora dvostrukim klikom na nju.
- Dodatne informacije o mogućnostima *polja za unos* možete naći u izborniku "Pomoć", poglavlje "Algebarski unos".

## Primjer 3: Derivacija i tangenta na graf funkcije

**Zadatak:** Koristeći GeoGebru konstruirajte graf funkcije  $f(x) = \sin(x)$ , graf njene derivacije i tangentu na graf funkcije u točki grafa funkcije  $f$ , kao i trokut nagiba.



### Verzija 1: Točka na funkciji

- Unesite funkciju  $f(x) = \sin(x)$  u polje za unos i pritisnite tipku enter.
-  Izaberite način “Nova točka” i kliknite na funkciju  $f$ . Time kreirate točku  $A$  na  $f$ .
-  Zatim izaberite način “Tangente” i kliknite na točku  $A$  i na funkciju  $f$ . Promijenite naziv tangente u  $t$  (desna tipka miša, “Preimenovanje”). Ukucajte naredbu  $s = \text{Nagib}[t]$ .
-  Nakon izbora načina “Pomicanje”, povlačite točku  $A$  mišem i promatrajte pomicanje tangente. Ukucajte  $B = (x(A), s)$  i uključite *trag* ove točke (klikom na  $B$  desnom tipkom miša).
-  Izaberite način “Pomicanje” i povlačite  $A$  mišem –  $B$  će ostavljati trag. Ukucajte naredbu  $\text{Derivacija}[f]$ .

### Neki savjeti

- Unesite neku drugu funkciju, npr.  $f(x) = x^3 - 2x$  u polje za unos; odmah će biti prikazane njena derivacija i tangenta.
- Izaberite način “Pomicanje” i povlačite funkciju mišem. Promatrajte promjenu jednadžbe funkcije i derivacije.

## Verzija 2: Točka apscise $x = a$

Sada ćemo pokazati drugi način konstrukcije. Zbog toga prvo izaberite “Datoteka – Nova” da dobijete novu crtaću plohu. Zatim ukucajte slijedeće naredbe u polju za unos i nakon svake linije pritisnite tipku enter.

```
f(x) = sin(x)
a = 2
T = (a, f(a))
t = Tangenta[a, f]
s = Nagib[t]
B = (x(T), s)
Derivacija [f]
```

Izaberite način “*Pomicanje*” i kliknite na broj  $a$ . Možete mijenjati  $a$  pritiskom strelica na tipkovnici. Istovremeno će se točka  $T$  i tangenta gibati duž funkcije  $f$ .

**Klizači:** Također možete mijenjati broj  $a$  koristeći klizač: kliknite desnom tipkom miša na broj u algebarskom prozoru i izaberite “Pokaži objekt”.

**Savjet:** klizači kao i strelice su korisni u istraživanju parametara, kao npr.  $p$  i  $q$  u kvadratnoj jednadžbi  $y = x^2 + p x + q$ .

## Tangenta bez naredbe

GeoGebra može baratati vektorima i parametarskim prikazom pravca. Na taj način je moguće konstruirati tangentu  $t$  ne koristeći naredbu *Tangenta[]*. Da biste to isprobali, prvo izbrišite tangentu iz konstrukcije tako da kliknete desnom tipkom miša na nju i izaberete “Brisanje”. Zatim upišite slijedeće naredbe:

```
v = (1, f'(a))
t: X = T + r v
```

$v$  je vektor smjera tangente  $t$ . Umjesto  $r$  možete koristiti bilo koje slovo kao parametar.

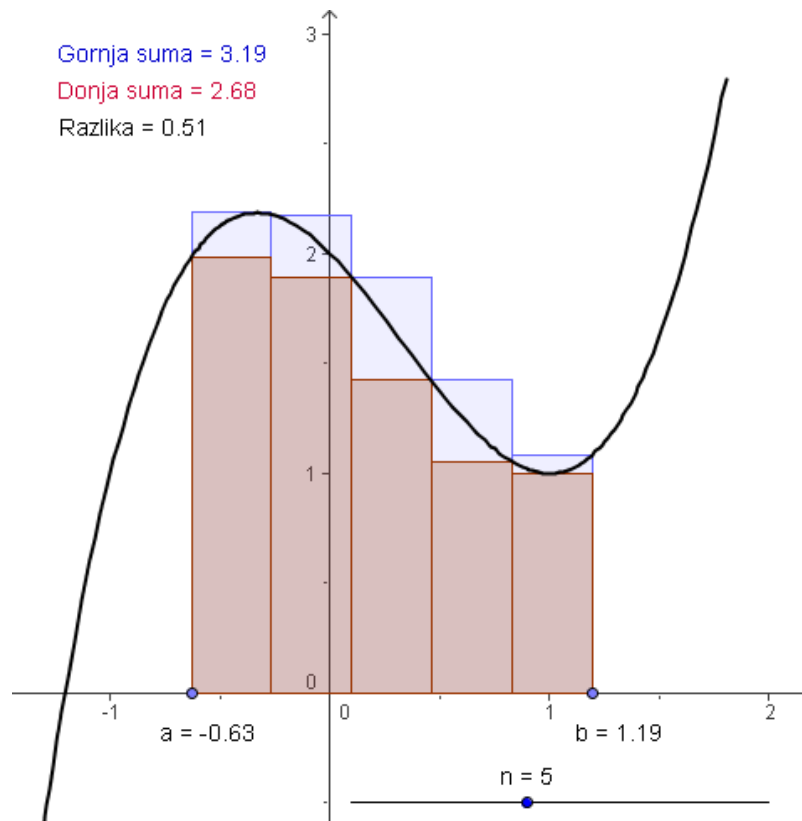
## Neki savjeti

- Postoji dodatna mogućnost konstrukcije tangente pomoću vektora smjera:  $t = Pravec[T, v]$ .
- Također iskušaj naredbu *Integral[f]*
- Daljnji savjeti vezani uz naredbe GeoGebre možete naći u izborniku “Pomoć”, poglavlje “Algebarski unos – naredbe”. *Geogebra pomoć* (pdf-datoteka) je dostupna za preuzimanje na [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at).

## Daljnje informacije

Pozivamo vas da posjetite web-sjedište programa Geogebra [www.geogebra.at](http://www.geogebra.at). Tamo ćete naći više informacija kao i najnoviju inačicu ovog besplatnog softvera.

GeoGebra vam omogućuje lagano kreiranje web stranica s dinamičnim crtežima (apletima), koje može koristiti svaki internetski pretraživač (npr. Firefox, Netscape, ili Internet Explorer). Primjere i dodatne informacije možete naći također na web-stranicama GeoGebre.



GeoGebra Homepage

[www.geogebra.at](http://www.geogebra.at)

GeoGebra Forum za korisnike

[www.geogebra.at/forum](http://www.geogebra.at/forum)

GeoGebraWiki – skladište edukacijskog materijala

[www.geogebra.at/en/wiki](http://www.geogebra.at/en/wiki)

Imate li bilo kakve sugestije ili povratne informacije o GeoGebri ili ovom članku, molim vas budite slobodni pisati na [Markus.Hohenwarter@sbq.ac.at](mailto:Markus.Hohenwarter@sbq.ac.at).

Hrvatska verzija: Šime Šuljić, Ela Rac Marinić Kragić