

GeoGebra Quickstart

Ubrzani vodič kroz GeoGebra

Dinamična geometrija, analiza i algebra su spojeni kod oblikovanja GeoGebre, višestruko nagrađivanog edukacijskog softvera koji podjednako koristi geometriju i algebru.

Konstrukcije možete raditi vrlo jednostavno, koristeći točke, vektore, dužine, pravce i konike kao i funkcije, i njima možemo dinamički upravljati pomoću miša. S druge strane izravan unos je ekvivalentan školskoj notaciji, kao npr. za pravac: $g: 3x + 4y = 7$ ili kružnici: $c: (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$, ili cijeli niz funkcija uključivo i derivacije i integrale. Najznačajnija karakteristika GeoGebre je dualni pogled na objekt: svaki izraz u algebarskom prozoru odgovara objektu u geometrijskom prozoru i obratno.

Sada ćete biti upoznati s GeoGebrom kroz tri primjera. Izradite ih jedan za drugim i ne zaboravite proučiti dane savjete.

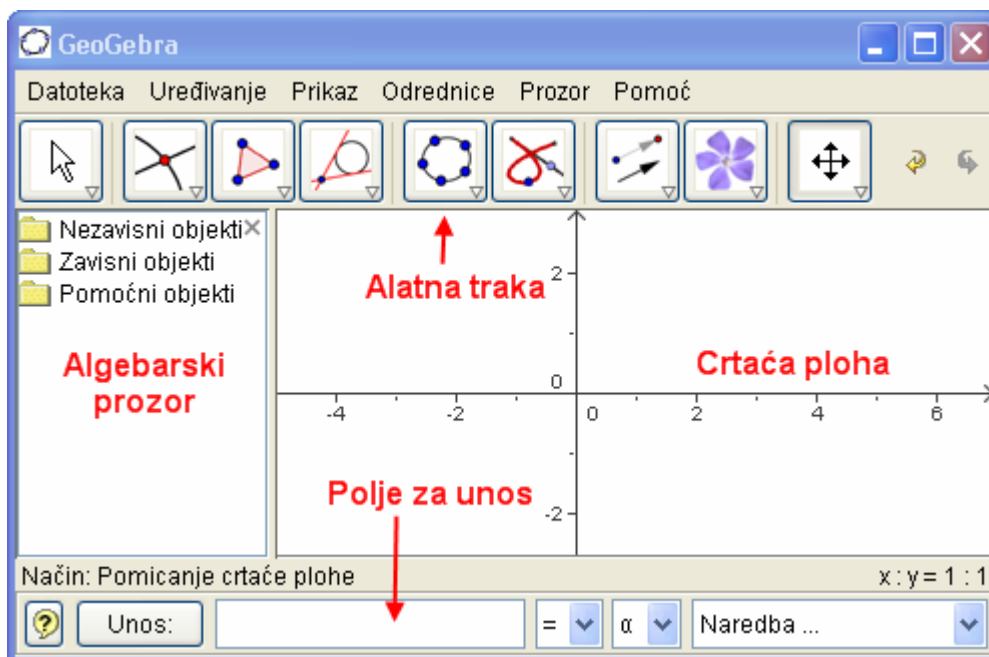
Primjer 1: Kružnica opisana trokutu

Primjer 2: Tangente na kružnicu

Primjer 3: Derivacija i tangenta na funkciju

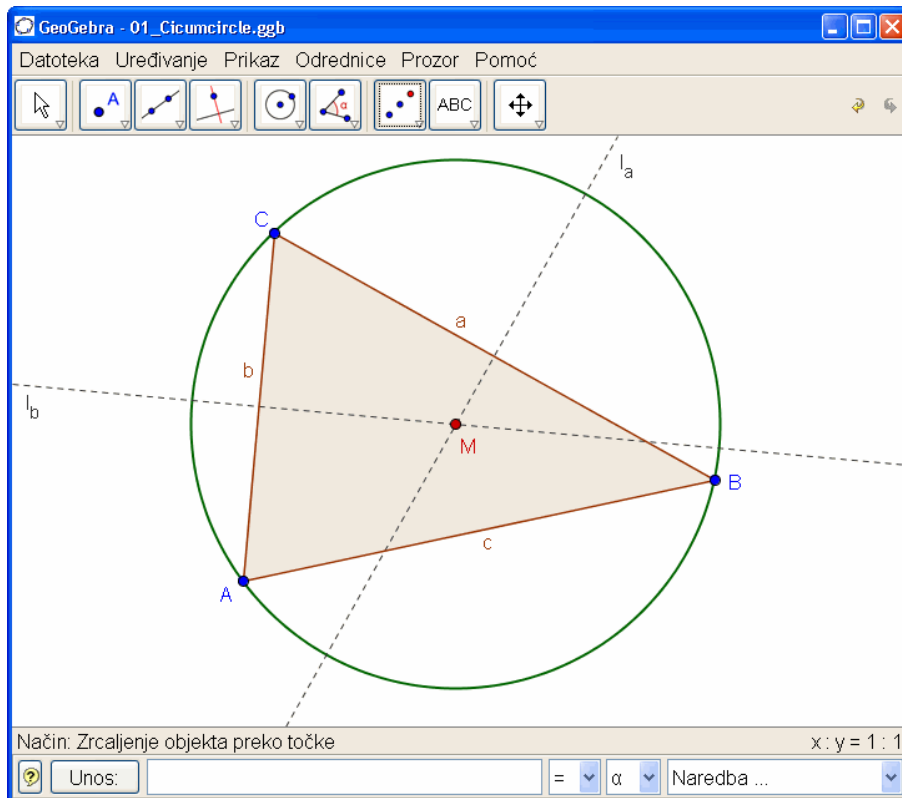
Nakon što ste pokrenuli GeoGebra, pojavit će se prozor koji je prikazan dolje. Pomoću konstrukcijskih alata (načina) na alatnoj traci možete koristeći miš raditi konstrukcije na *crtačoj plohi*. Istovremeno se u *algebarskom prozoru* prikazuju odgovarajuće koordinate i jednačbe. *Polje za unos* se koristi za izravni unos koordinata, jednačbi ili funkcija; sve što je utipkano prikaže se na crtačoj plohi odmah nakon pritiska tipke *Enter*.

Geometrija i algebra jedna uz drugu:








Primjer 1: Kružnica opisana trokutu

Zadatak: Koristeći GeoGebru nacrtajte trokut A, B, C i konstruirajte mu opisanu kružnicu.



Konstrukcija korištenjem miša

-  Izaberi način "Mnogokut" na alatnoj traci (klikni na malu strelicu treće ikone slijeva na alatnoj traci). Tada klikni na crtaču plohu tri puta za kreiranje vrhova A, B i C . Zatvori mnogokut još jednim klikom na A .
-  Zatim izaberi način "Simetrala dužine" i konstruiraj dvije simetrale dužina klikom na dvije stranice trokuta.
-  U načinu "Sjecište dvaju objekata" možete kliknuti na obje simetrale dužina da dobijete središte opisane kružnice. Da biste ga označili s " M ", kliknite na središte desnom tipkom miša i izaberite "Preimenuj" s prikazanog izbornika.
-  Da biste završili konstrukciju, morate izabrati način "Kružnica određena središtem i jednom točkom" i kliknite prvo na središte a potom na bilo koji vrh trokuta.
-  Sada izaberite način "Pomicanje" i koristite miš za promjenu položaja bilo kojeg vrha - vidjet ćete značenje "dinamične geometrije".

Neki savjeti

- Stavka "Poništi" izbornika "Uređivanje" je vrlo koristan alat za povratak jednog koraka.
- Objekt možete učiniti nevidljivim i ponovno vidljivim klikom na objekt desnom tipkom miša. Pojavi se skočni izbornik u kojem uključite ili isključite opciju "Pokaži objekt". Objekt će nestati ili se ponovno pojaviti na crtačoj plohi.

- Svojstva objekta (boja, vrsta crte, ...) mogu se jednostavno mijenjati: desnom tipkom miša. Ponovo kliknite na objekt i izaberite "Svojstva" iz skočnog izbornika.
- Pomoću izbornika "Prikaz" možete sakriti ili prikazati algebarski prozor, osi i koordinatnu mrežu.
- Ako želite mijenjati poziciju crtaće plohe, izaberite način "Pomicanje crtaće plohe" \oplus i jednostavno koristite miš za povlačenje.
- Izbornik "Prikaz – Opis konstrukcije" pruža tablični ispis svih koraka koje ste poduzeli za vrijeme vaše konstrukcije. Ona vam omogućuje rekonstruirati konstrukciju korak po korak korištenjem strelica, kao i izmjenu redoslijeda koraka (vidi izbornik "Pomoć" opisa konstrukcije). Također možete koristiti izbornik "Prikaz" za skrivanje ili pokazivanje neželjenih stupaca kod opisa konstrukcije.
- Ostale podatke o konstrukciji pomoću miša možete naći u izborniku "Pomoć", poglavlja "Geometrijski unos".

Konstrukcija korištenjem polja za unos

Sada ćemo načiniti nekoliko konstrukcija kako je dalje opisano koristeći polje za unos. Trebate novu crtaću plohu (izbornik "Datoteka – Nova"). Zatim ukucajte slijedeće naredbe u polje za unos teksta na dnu ekrana i pritisnite tipku *enter* na kraju svake linije.

```
A = (2, 1)
B = (12, 5)
C = (8, 11)
Mnogokut[A, B, C]
I_a = SimetralaDužine[a]
I_b = SimetralaDužine[b]
M = Sjecište[I_a, I_b]
Kružnica[M, A]
```

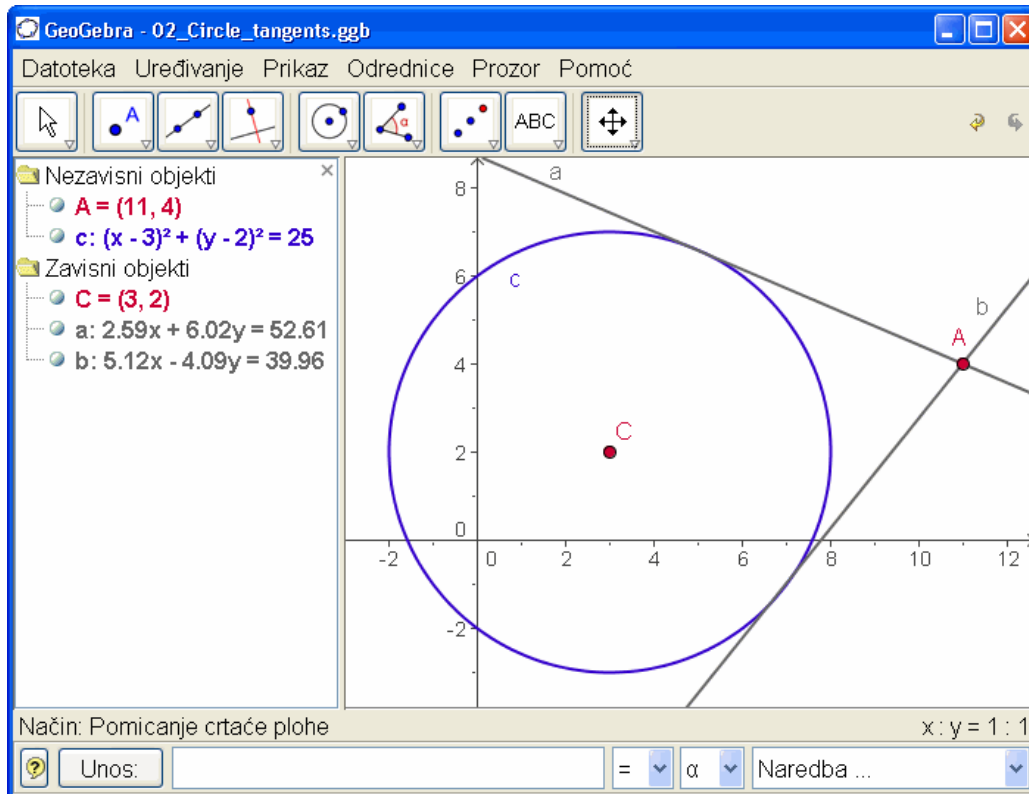
Neki savjeti

- Automatsko završavanje naredbi: nakon što ste upisali prva dva slova naredbe, naredba će biti prikazana automatski. Ako želite prihvatiti predloženu naredbu, pritisnite tipku *enter*, inače jednostavno nastavite upisivati naredbu.
- Nije nužno upisivati svaku naredbu, možete ju izabrati s liste naredbi koja je desno od polja za unos.
- Klikom na ikonu "Unos" (dolje lijevo) aktivira se način "Izravan unos". U ovom načinu možete klikom na objekt u algebarskom prozoru ili na crtačoj plohi preslikati njegovo ime u polje za unos.
- Najpraktičniji savjeti vezani za izravan unos mogu se dobiti klikom na oznaku za upitnik u donjem desnom uglu.

Specijalno dobre rezultate u radu s GeoGebrom postići ćete kombinirajući prednosti obaju načina unosa, pomoću miša i *polja za unos*.

Primjer 2: Tangente na kružnicu

Zadatak: Koristeći GeoGebra konstruirajte kružnicu $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ i njene tangente kroz točku $A = (11, 4)$.



Konstrukcija pomoću polja za unos i miša

Unesite jednadžbu kružnice $c: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ u polje za unos i pritisnite tipku *enter* (savjet: oznaku ² možete dobiti i s liste desno do polja za unos).

Unesite naredbu $C = \text{Središte}[c]$ u polje za unos.

Konstruirajte točku A unosom $A = (11, 4)$.

Sada izaberite način "Tangente" i kliknite na točku A i na kružnicu c.



Nakon što ste izabrali način "Pomicanje", povlačite točku A mišem i promatrajte pomicanje tangenti.

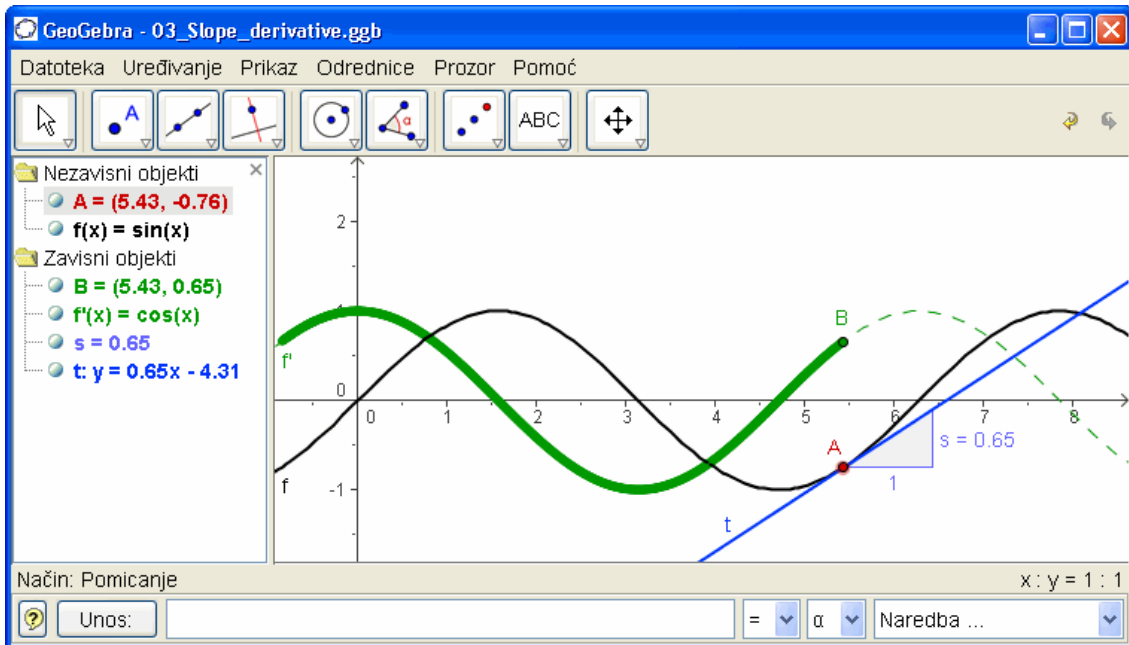
Možete također pokušati povlačiti kružnicu c i gledati njenu jednadžbu u algebarskom prozoru.

Neki savjeti





- Povećanje/smanjenje prozora: kliknite na prazni dio crtaće plohe desnom tipkom miša i izaberite željeni faktor povećanja ili smanjenja, ili nastavite držati pritisnutu desnu tipku te povlačenjem miša dobijete prozor zumiranja.
- Moguće je promijeniti jednadžbu kružnice direktno iz algebarskog prozora dvostrukim klikom na nju.
- Dodatne informacije o mogućnostima *polja za unos* možete naći u izborniku "Pomoć", poglavlje "Algebarski unos".

Primjer 3: Derivacija i tangenta na graf funkcije


Zadatak: Koristeći GeoGebru konstruirajte graf funkcije $f(x) = \sin(x)$, graf njene derivacije i tangentu na graf funkcije u točki grafa funkcije f , kao i trokut nagiba.



Verzija 1: Točka na funkciji

- Unesite funkciju $f(x) = \sin(x)$ u polje za unos i pritisnite tipku enter.
-  Izaberite način "Nova točka" i kliknite na funkciju f . Time kreirate točku A na f .
-  Zatim izaberite način "Tangente" i kliknite na točku A i na funkciju f . Promijenite naziv tangente u t (desna tipka miša, "Preimenovanje"). Ukucajte naredbu $s = \text{Nagib}[t]$.
-  Nakon izbora načina "Pomicanje", povlačite točku A mišem i promatrajte pomicanje tangente. Ukucajte $B = (x(A), s)$ i uključite *trag* ove točke (klikom na B desnom tipkom miša).
-  Izaberite način "Pomicanje" i povlačite A mišem – B će ostavljati trag. Ukucajte naredbu $\text{Derivacija}[f]$.

Neki savjeti

- Unesite neku drugu funkciju, npr. $f(x) = x^3 - 2x$ u polje za unos; odmah će biti prikazane njena derivacija i tangenta.
- Izaberite način "Pomicanje"  i povlačite funkciju mišem. Promatrajte promjenu jednadžbe funkcije i derivacije.

Verzija 2: Točka apscise $x = a$

Sada ćemo pokazati drugi način konstrukcije. Zbog toga prvo izaberite “Datoteka – Nova” da dobijete novu crtaću plohu. Zatim ukucajte slijedeće naredbe u polju za unos i nakon svake linije pritisnite tipku enter.

```
f(x) = sin(x)
a = 2
T = (a, f(a))
t = Tangenta[a, f]
s = Nagib[t]
B = (x(T), s)
Derivacija [f]
```

Izaberite način “*Pomicanje*” i kliknite na broj a . Možete mijenjati a pritiskom strelica na tipkovnici. Istovremeno će se točka T i tangenta gibati duž funkcije f .

Klizači: Također možete mijenjati broj a koristeći klizač: kliknite desnom tipkom miša na broj u algebarskom prozoru i izaberite “Pokaži objekt”.

Savjet: klizači kao i strelice su korisni u istraživanju parametara, kao npr. p i q u kvadratnoj jednadžbi $y = x^2 + p x + q$.

Tangenta bez naredbe

GeoGebra može baratati vektorima i parametarskim prikazom pravca. Na taj način je moguće konstruirati tangentu t ne koristeći naredbu *Tangenta[]*. Da biste to isprobali, prvo izbrišite tangentu iz konstrukcije tako da kliknete desnom tipkom miša na nju i izaberete “Brisanje”. Zatim upišite slijedeće naredbe:

```
v = (1, f'(a))
t: X = T + r v
```

v je vektor smjera tangente t . Umjesto r možete koristiti bilo koje slovo kao parametar.

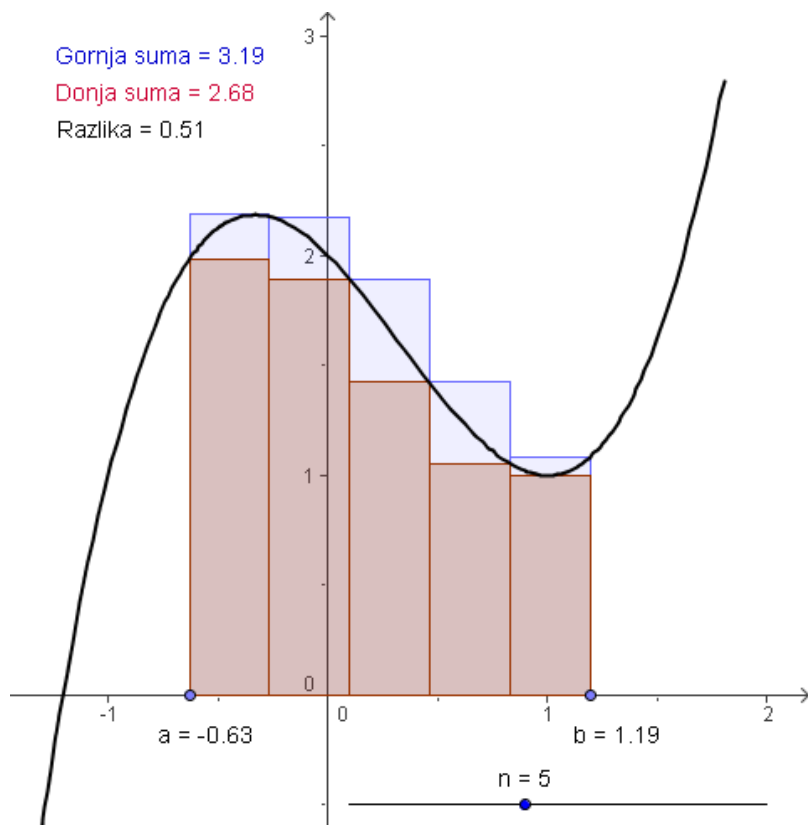
Neki savjeti

- Postoji dodatna mogućnost konstrukcije tangente pomoću vektora smjera: $t = Pravec[T, v]$.
- Također iskušaj naredbu *Integral[f]*
- Daljnji savjeti vezani uz naredbe GeoGebre možete naći u izborniku “Pomoć”, poglavlje “Algebarski unos – naredbe”. *Geogebra pomoć* (pdf-datoteka) je dostupna za preuzimanje na www.geogebra.at.

Daljnje informacije

Pozivamo vas da posjetite web-sjedište programa Geogebra www.geogebra.at. Tamo ćete naći više informacija kao i najnoviju inačicu ovog besplatnog softvera.

GeoGebra vam omogućuje lagano kreiranje web stranica s dinamičnim crtežima (apletima), koje može koristiti svaki internetski pretraživač (npr. Firefox, Netscape, ili Internet Explorer). Primjere i dodatne informacije možete naći također na web-stranicama GeoGebre.



GeoGebra Homepage

www.geogebra.at

GeoGebra Forum za korisnike

www.geogebra.at/forum

GeoGebraWiki – skladište edukacijskog materijala

www.geogebra.at/en/wiki

Imate li bilo kakve sugestije ili povratne informacije o GeoGebri ili ovom članku, molim vas budite slobodni pisati na Markus.Hohenwarter@sbq.ac.at.

Hrvatska verzija: Šime Šuljić, Ela Rac Marinić Kragić